Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

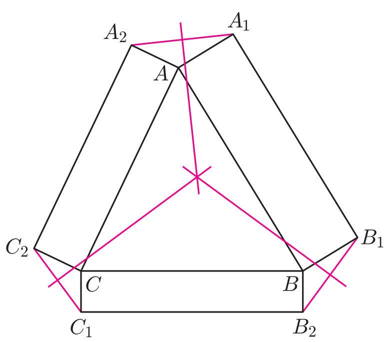
www.sem.edu.pl

Od początku istnienia Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej jego członkowie aktywnie angażują się w różne projekty, których celem jest rozwijanie zainteresowań naukami ścisłymi wśród młodzieży. Jednym z takich działań był program *Mazowieckie Talenty* prowadzony w latach 2008-2010 przez Mazowieckie Samorządowe Centrum Doskonalenia Nauczycieli, skierowany do uzdolnionej matematycznie młodzieży szkół pozawarszawskich. Ideą tej inicjatywy było wyszukiwanie uczniów szczególnie zainteresowanych matematyką, następnie wspomaganie ich rozwoju i promowanie osiągnięć.

W ramach współpracy z programem *Mazowieckie Talenty* nauczyciele akademiccy, między innymi z Wydziału Matematyki i Nauk Informacyjnych Politechniki Warszawskiej oraz Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego, prowadzili zajęcia popularyzujące matematykę w sześciu ośrodkach województwa mazowieckiego: w Mińsku Mazowieckim, Radomiu, Ciechanowie, Ostrołęce, Siedlcach i Płocku. Wśród wykładowców zaangażowanych w projekt dużą grupę stanowili członkowie Stowarzyszenia.

Najlepsi młodzi uczestnicy projektu zostali objęci opieką *on-line* przez nauczycieli akademickich. Uczniowie ci rozwiązywali zadania i różnego rodzaju problemy matematyczne wysyłane drogą elektroniczną przez opiekunów, korzystając z możliwości zadawania pytań i uzyskiwania wskazówek. Niektórzy z uczestników przygotowywali prezentacje interesujących zagadnień matematycznych, które były następnie przedstawiane podczas spotkań inaugurujących kolejne semestry programu czy też na Kongresie Młodych Matematyków w Krakowie.

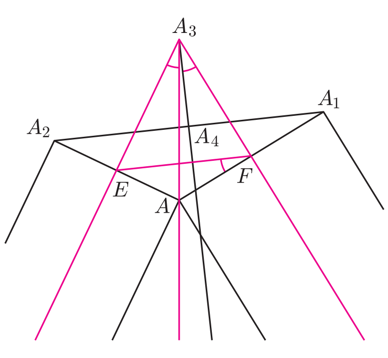
Rozwiązania ciekawych i często niełatwych zadań opracowane przez uczestników *Mazowieckich Talentów* były niejednokrotnie bardzo pomysłowe. Oto przykład takiego zadania z pięknym rozwiązaniem zaproponowanym przez jednego z uczestników programu.



Zadanie. *Na bokach trójkąta* ABC *zbudowano prostokąty* ABB_1A_1, BCC_1B_2 *oraz* CAA_2C_2 (rys. 1). *Wykazać, że symetralne odcinków* A_1A_2, B_1B_2 *i* C_1C_2 *przecinają się w jednym punkcie.*

Zadanie to pochodzi z drugiego etapu konkursu *Bundeswettbewerb Mathematik* z roku 1996. Idea poniższego rozwiązania bazuje na następującym wniosku z trygonometrycznej wersji Twierdzenia Cevy.

Fakt. Punkt A_1 leży na boku BC trójkąta ABC, punkt B_1 na AC i punkt C_1 na AB, przy czym żaden z tych punktów nie jest wierzchołkiem tego trójkąta. Prosta k jest obrazem prostej AA_1 w symetrii względem dwusiecznej kąta A, prosta l jest obrazem prostej BB_1 w symetrii względem dwusiecznej kąta B oraz prosta m jest obrazem prostej CC_1 względem dwusiecznej kąta C.
Proste AA_1, BB_1 *i* CC_1 *przecinają się w jednym punkcie wtedy i tylko wtedy, gdy proste* k, l, m *przecinają się w jednym punkcie.*



Rozwiązanie zadania. Niech A_3 będzie punktem przecięcia symetralnych odcinków AA_1 i AA_2. Analogicznie definiujemy punkty B_3 i C_3. Zauważmy, że trójkąty ABC i $A_3B_3C_3$ są jednokładne, co oznacza, że proste AA_3, BB_3 i CC_3 przecinają się w jednym punkcie. Ponadto punkty A_3, B_3 i C_3 leżą odpowiednio na symetralnych odcinków A_1A_2, B_1B_2 i C_1C_2. Oznaczmy przez E środek odcinka AA_2, przez F środek odcinka AA_1 oraz przez A_4 środek odcinka A_1A_2 (rys. 2). Pokażemy, że symetralna odcinka A_1A_2 jest obrazem prostej AA_3 w symetrii względem dwusiecznej kąta A_3. W tym celu wystarczy wykazać, że $\sphericalangle EA_3A = \sphericalangle FA_3A_4$. Widzimy, że $\sphericalangle FA_3A_4 = \sphericalangle EFA$ oraz $\sphericalangle EFA = \sphericalangle EA_3A$, gdyż na czworokącie AFA_3E można opisać okrąg. Analogicznie pokazujemy, że symetralna odcinka B_1B_2 jest obrazem prostej BB_3 w symetrii względem dwusiecznej kąta B_3 oraz że symetralna odcinka C_1C_2 jest obrazem prostej CC_3 w symetrii względem dwusiecznej kąta B_3. Stosując **Fakt**, kończymy rozwiązanie tego zadania.

Krzysztof CHEŁMIŃSKI