Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej

www.sem.edu.pl

Z inicjatywy Stowarzyszenia na rzecz Edukacji Matematycznej oraz Instytutu Matematycznego PAN w zeszłym roku szkolnym zostało zorganizowane Olimpijskie Kółko Matematyczne przeznaczone przede wszystkim dla uczniów warszawskich liceów. Miałem olbrzymią przyjemność prowadzić te zajęcia. Odbywały się one raz w tygodniu, we środy o godzinie 16.30 w Instytucie Matematycznym PAN przy ul. Śniadeckich 8. Ich forma wzorowana była na podobnych zajęciach, które od kilku już lat prowadzę w Kielcach. Koło Matematyczne w Kielcach odbywa się również pod auspicjami SEM oraz Instytutu Matematyki Uniwersytetu Jana Kochanowskiego w piątki o godzinie 16.15. Dane podaję dla wszystkich chętnych, których serdecznie zapraszam do uczestnictwa w bieżącym roku szkolnym.

Nasze kółka są zorganizowane nastepująco. Ja wyszukuję, wymyślam czy też zdobywam w inny sposób zadania i podaję je uczestnikom. Zadania te są z reguły pracą domową, a ich rozwiązania są prezentowane na kolejnych zajęciach. Zdarzało się jednak, że niektóre zadania zostały rozwiązane już na zajęciach, na których były podane. Zadania na naszych kółkach mają różny stopień trudności, ale zawsze staram się, żeby miały jedną wspólną cechę – były niesztampowe. Wiele z nich to zadania z Olimpiad Matematycznych z całego świata, często sprzed wielu, wielu lat. Staram się, aby ciągle sporo zadań było nierozwiązanych i żeby uczestnicy kółka mieli nad czym myśleć. Gdy jakieś zadanie zostaje rozwiązane, zwykle od razu podaję kolejne (przy czym uczestnik, który rozwiązał, ma prawo wyboru tematyki nowego zadania). Osiągnęliśmy już wymierny sukces – dwóch warszawskich uczestników zostało laureatami Olimpiady Matematycznej, a kółko kieleckie dochowało się nawet zwycięzcy Olimpiady.

Nieodmiennie dużą popularnością na kółkach cieszą się zadania związane z grami. Tytułem zachęty dla przyszłych uczestników przedstawię kilka, a jedno pozwolę sobie omówić dokładniej.

Zadanie 1. *Dwóch graczy na przemian wykonuje ruchy polegające na dodaniu do zastanej liczby naturalnej dowolnego jej dzielnika, mniejszego od niej. Zaczynają od* 2. *Wygrywa ten, który pierwszy przekroczy* 10^{2011}. *Który z graczy ma strategię wygrywającą?*

Zadanie 2. *Na stole leżą dwie kupki ze* 100 *i z* 252 *zapałkami. Dwóch graczy na przemian zabiera z dowolnej kupki liczbę zapałek bedącą dzielnikiem liczby zapałek w pozostałej kupce. Który z graczy ma strategię wygrywającą?*

Zadanie 3. *Kupka to zbiór czterech lub większej liczby zapałek. W każdym ruchu jeden z dwóch grających może rozdzielić dowolną kupkę zapałek, leżącą na stole, na dwie części (niekoniecznie będące kupkami). Przegrywa ten, który nie może wykonać ruchu. Który z graczy ma strategię wygrywającą, w sytuacji, gdy na początku leżała na stole jedna kupka z* n *zapałkami?*

Zadanie 4. *Plansza do gry jest szachownicą o wymiarach* $1 \times n$. *Na jej ostatnich trzech polach stoi po jednym pionku. Dwóch graczy wykonuje naprzemiennie ruchy polegające na przestawieniu dowolnego pionka na dowolne wolne pole bliższe początku planszy. Przegrywa ten, który nie może zrobić ruchu. Który z graczy ma strategię wygrywającą?*

Zadanie to ma ładne rozwiązanie, bardzo ładne uogólnienie i nie jest mi znane jego rozwiązanie w przypadku najbardziej ogólnym. Przestawiając pierwszy lub ostatni pionek na początek planszy, pierwszy gracz może łatwo sprowadzić grę do planszy parzystej długości z dwoma pionkami na końcu z sobą jako drugim graczem. Jeżeli teraz podzieli planszę na „szufladki” po dwa kolejne pola i po każdym ruchu pionkiem swojego przeciwnika będzie przekładał drugi pionek do tej samej szufladki co przeciwnik, to zwycięstwo ma w kieszeni. Stosując tę samą metodę, można rozstrzygnąć losy gry ogólniejszej: gdy k pionków stoi na końcowych polach planszy. Jeżeli zarówno k, jak i n są parzyste, to dzieląc planszę na takie same szufladki i przestawiając po każdym ruchu pierwszego gracza drugi pionek z szufladki, w której stał pionek ruszony przez gracza pierwszego, do tej szufladki, do której pierwszy gracz wstawił pionek, drugi gracz zapewni sobie zwycięstwo. Jeżeli k jest parzyste, a n nieparzyste – pierwszy gracz, przestawiając ostatni pionek tuż przed pionek pierwszy, sprowadzi grę do przypadku już rozważonego z sobą w roli drugiego, a więc wygra. Jeżeli zaś k jest nieparzyste, to pierwszy gracz, przestawiając, w zależności od parzystości n, pierwszy bądź ostatni z pionków, zawsze może sprowadzić grę do przypadku n i k parzystych – a wiec zawsze wygra.

A oto problem, którego rozwiązania nie znam: przypuśćmy, że pionki na planszy stoją w całkiem dowolnej konfiguracji, nie w rzędzie jeden za drugim. Jak rozpoznać, który gracz ma strategię wygrywającą? Na tego, kto pierwszy poda rozwiązanie, czeka ufundowana przez autora nagroda w postaci zgrzewki napoju chłodzącego.

Michał WOJCIECHOWSKI