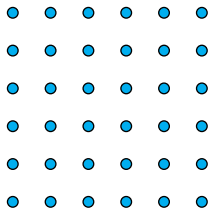
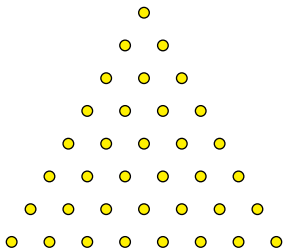
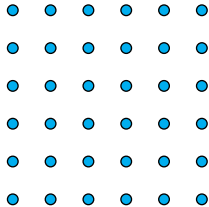


36

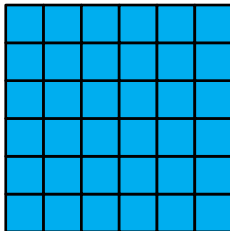
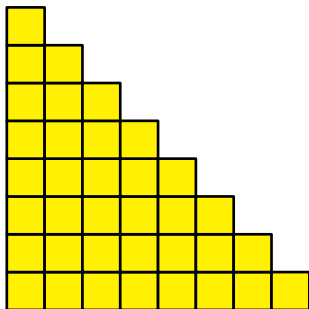


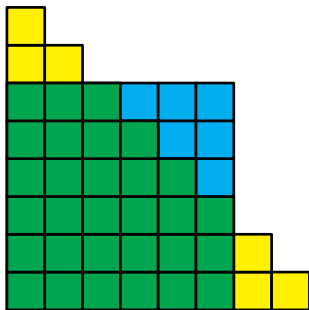


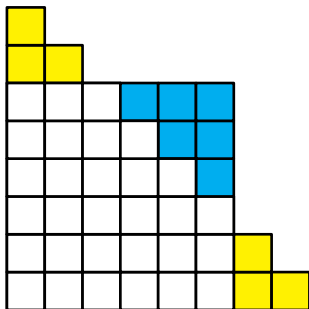
36

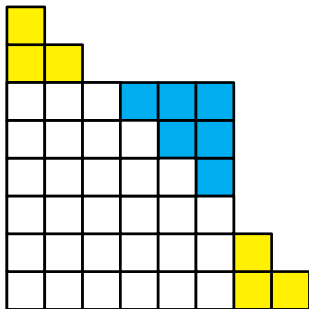


Kiedy trójkąt jest kwadratem?

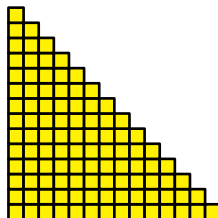
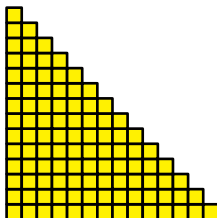
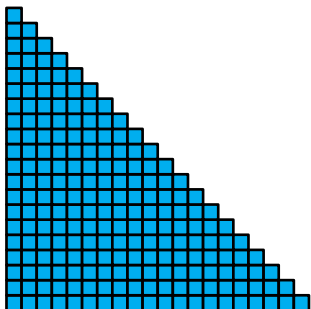




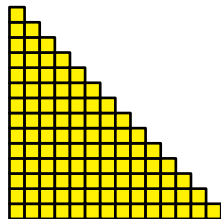
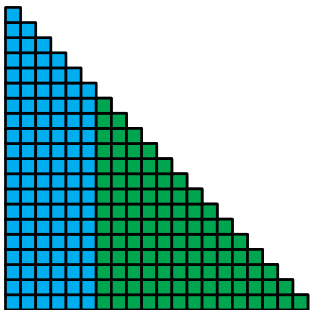


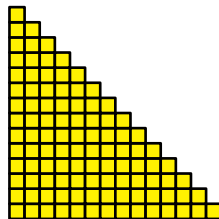
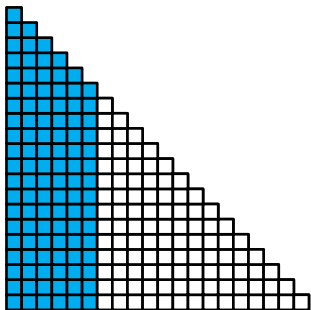


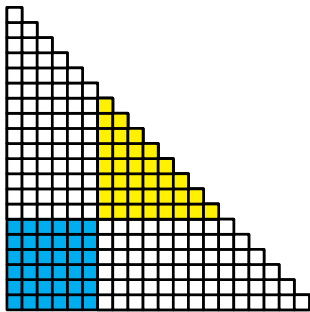
Kiedy dwukrotność trójkąta jest trójkątem?

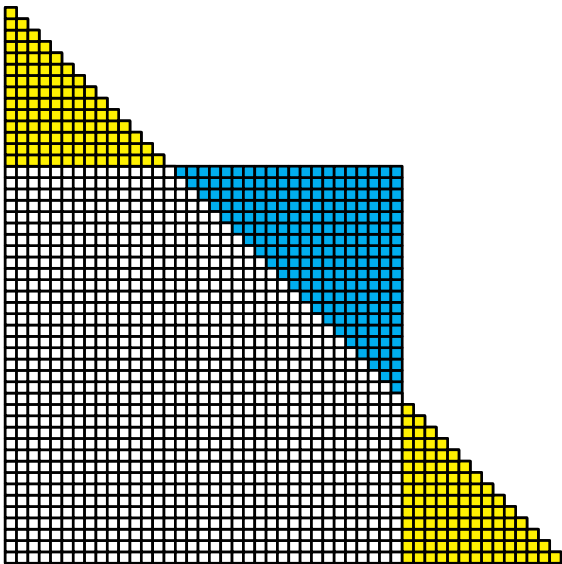


Kiedy dwukrotność trójkąta jest trójkątem?

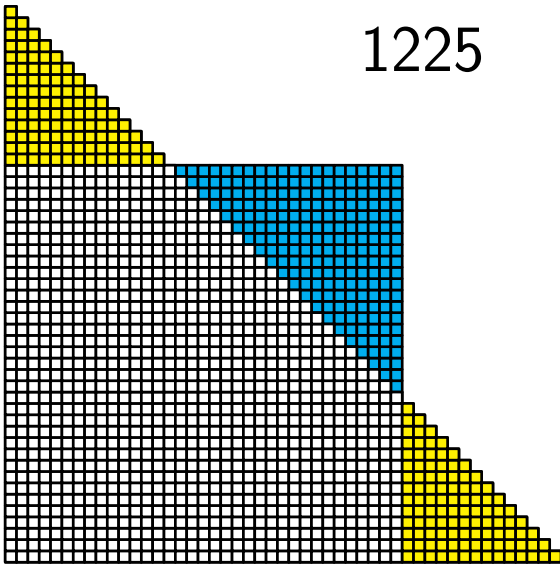




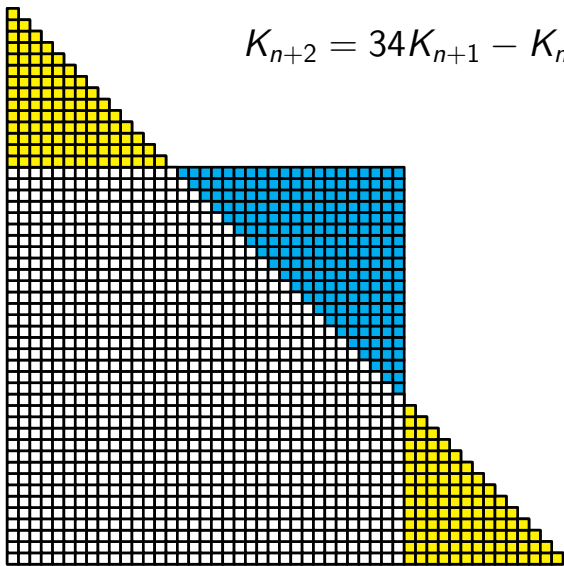




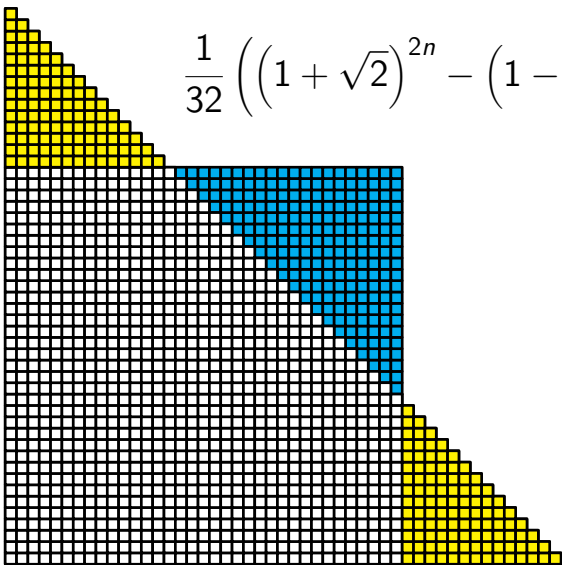
1225



$$K_{n+2} = 34K_{n+1} - K_n + 2$$



$$\frac{1}{32} \left((1 + \sqrt{2})^{2n} - (1 - \sqrt{2})^{2n} \right)^2$$



Zabawy z Laserem

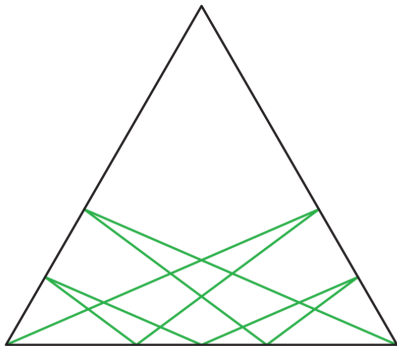
Łukasz Bożyk

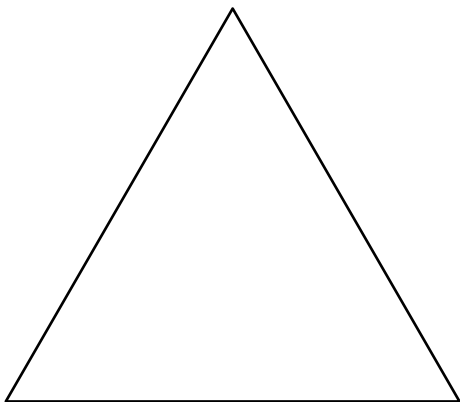
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki
Uniwersytet Warszawski

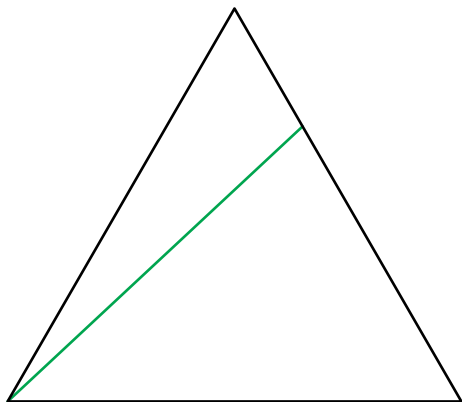
Żerków, 24 października 2021 r.

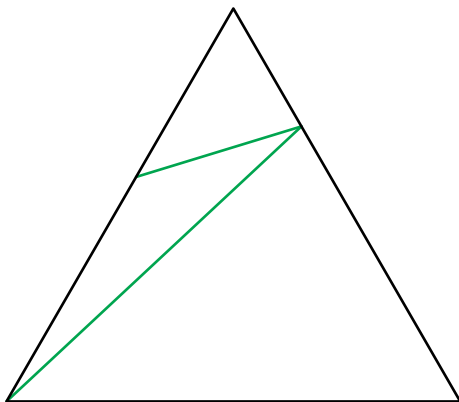
Problem I

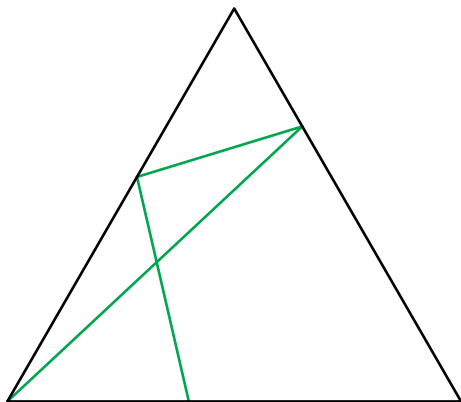
Laser w Trójkącie

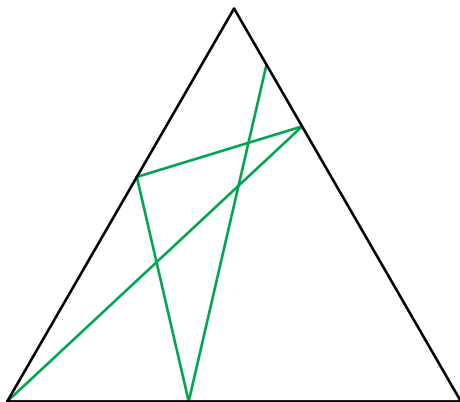


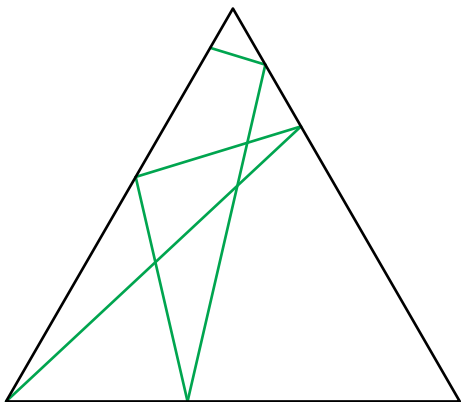




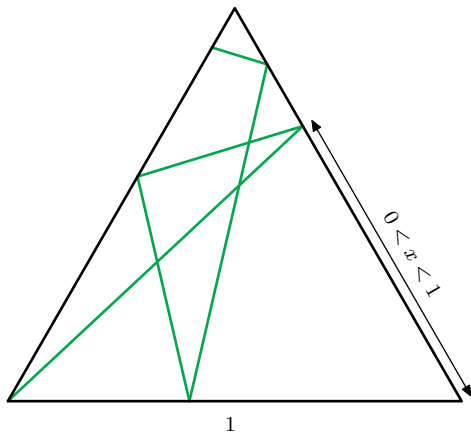




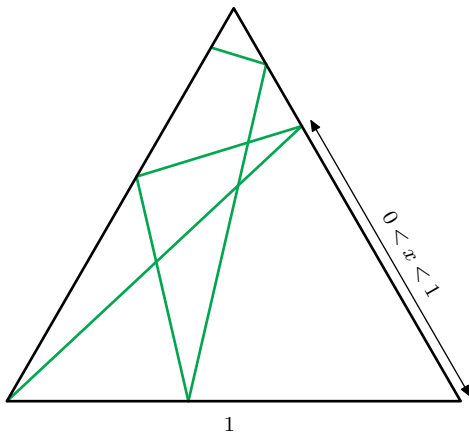




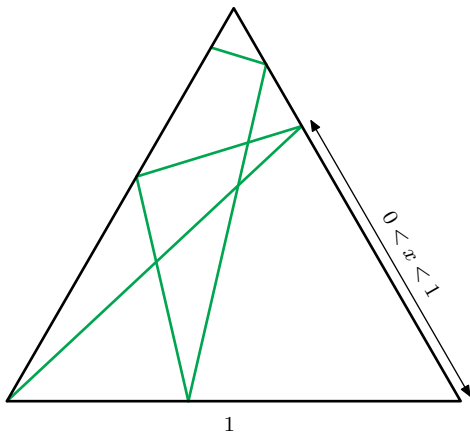
- Czy laser w końcu trafi w wierzchołek trójkąta?
- Jeśli tak — który?
- Ile będzie odbić?
- Jaka będzie długość całej trajektorii?



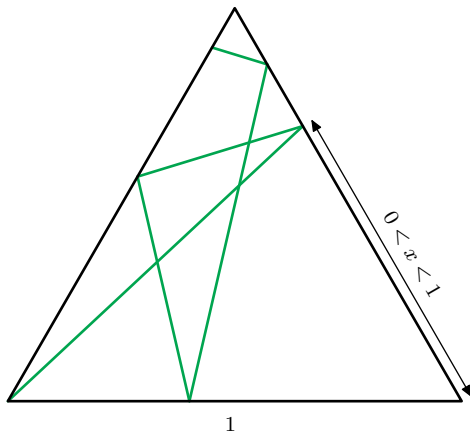
- Czy laser w końcu trafi w wierzchołek trójkąta?
- Jeśli tak — który?
- Ile będzie odbić?
- Jaka będzie długość całej trajektorii?



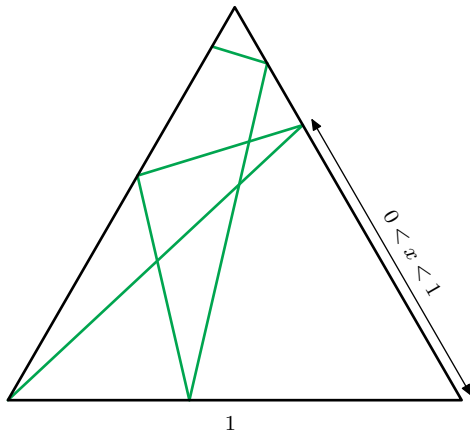
- Czy laser w końcu trafi w wierzchołek trójkąta?
- Jeśli tak — który?
- Ile będzie odbić?
- Jaka będzie długość całej trajektorii?



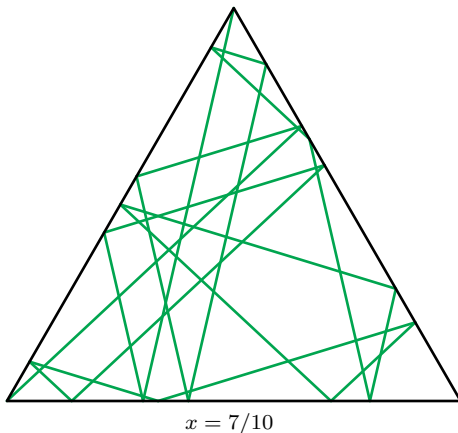
- Czy laser w końcu trafi w wierzchołek trójkąta?
- Jeśli tak — który?
- Ile będzie odbić?
- Jaka będzie długość całej trajektorii?

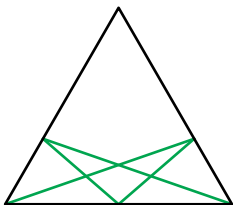


- Czy laser w końcu trafi w wierzchołek trójkąta?
- Jeśli tak — który?
- Ile będzie odbić?
- Jaka będzie długość całej trajektorii?

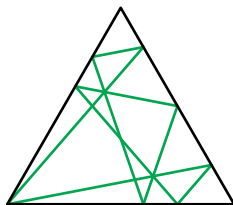


- Czy laser w końcu trafi w wierzchołek trójkąta?
- Jeśli tak — który?
- Ile będzie odbić?
- Jaka będzie długość całej trajektorii?

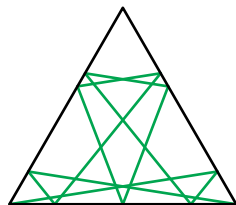




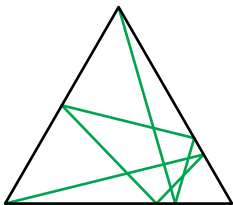
$$x = 1/3$$



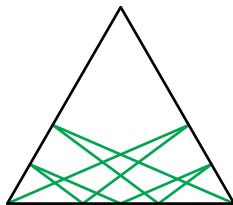
$$x = 1/5$$



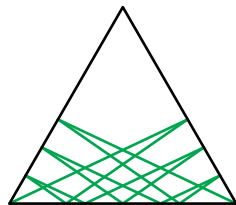
$$x = 1/6$$



$$x = 1/4$$



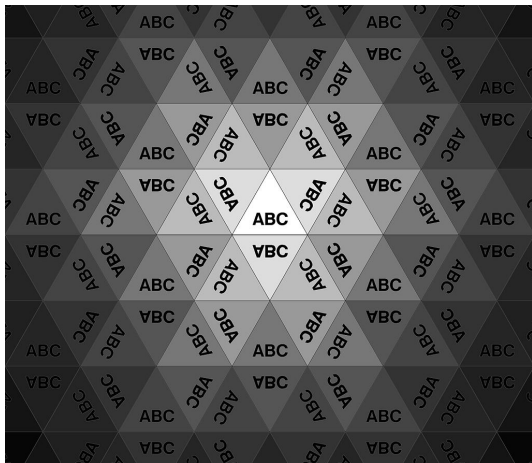
$$x = 2/5$$



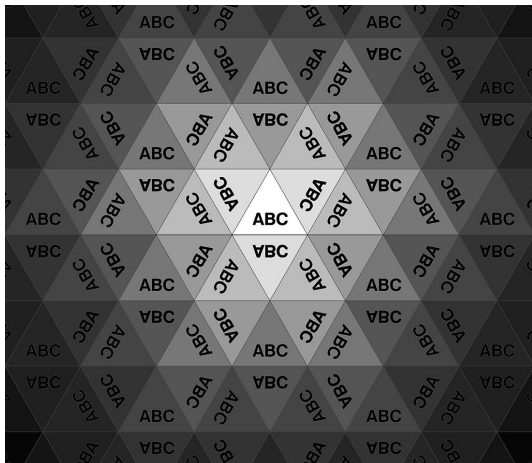
$$x = 3/7$$

Jak działa kalejdoskop?

Jak działa kalejdoskop?

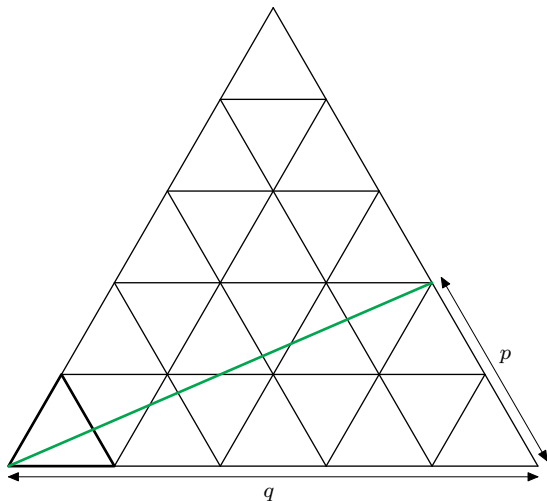


Jak działa kalejdoskop?

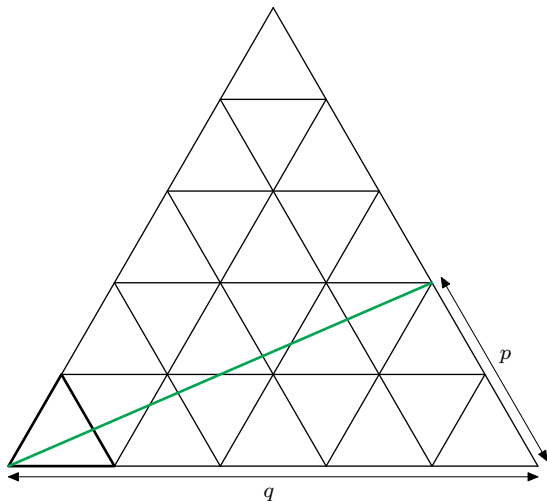


W zadaniach o odbiciach warto... odbijać.

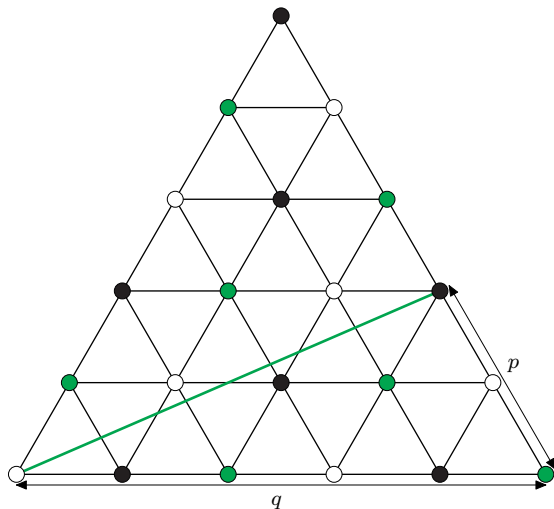
Trasa po rozwinięciu



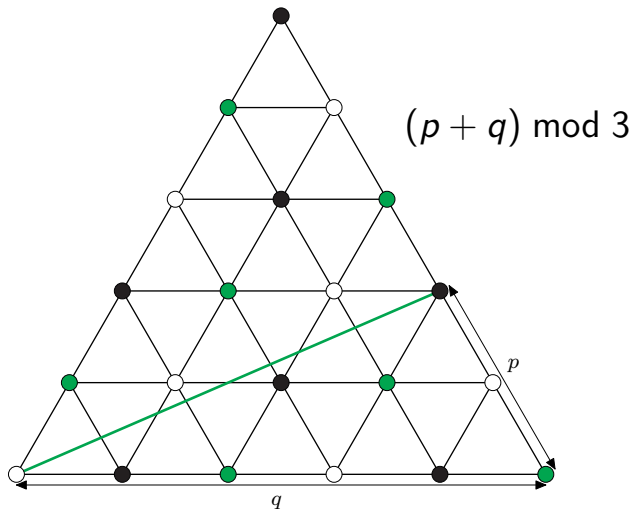
Wierzchołek końcowy



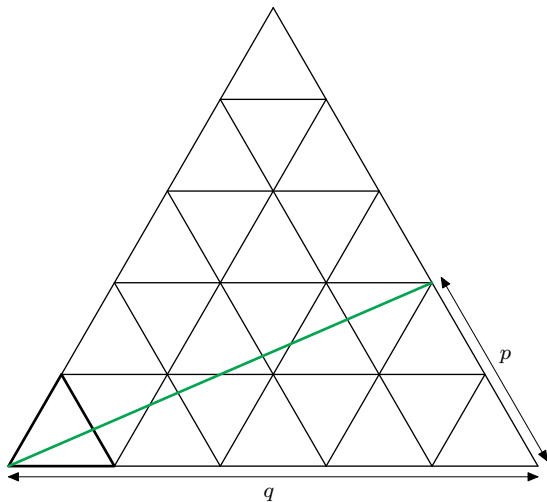
Wierzchołek końcowy

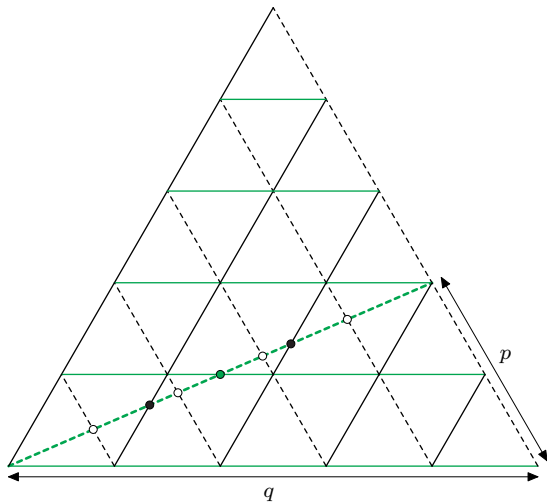


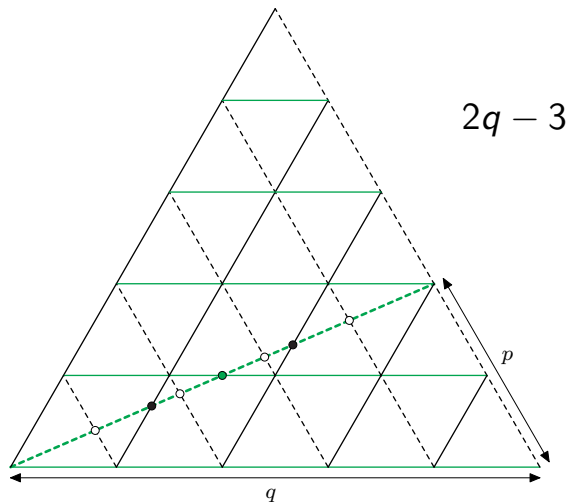
Wierzchołek końcowy



Liczba odbić

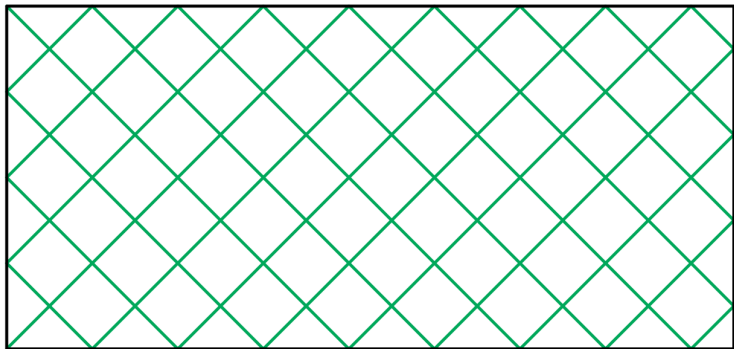


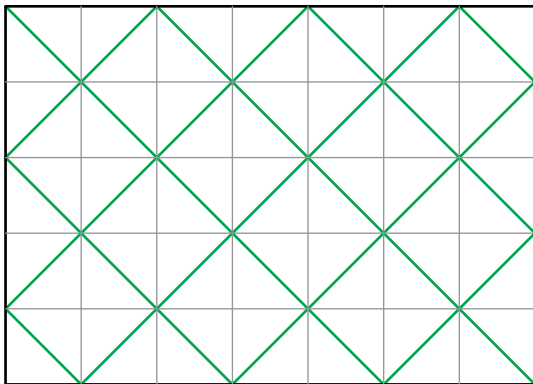




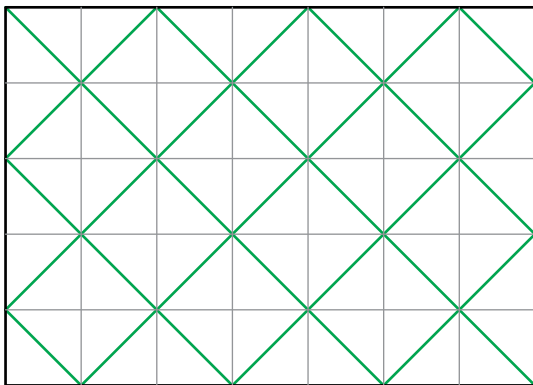
Problem II

Laser w Prostokącie

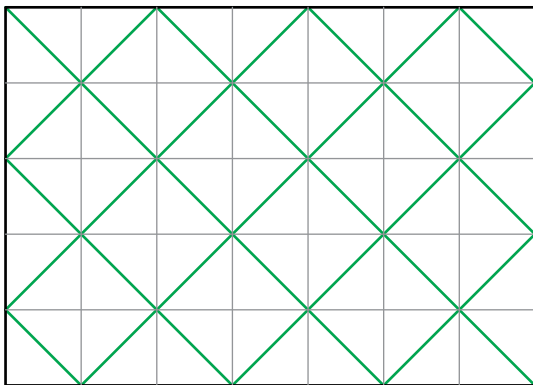




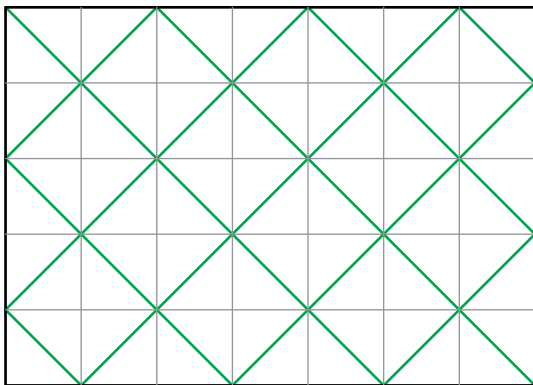
- Kiedy trafi w róg? W który? Czy może w ten sam?
- Ile będzie odbić? Jaka będzie długość trajektorii?
- Czy odwiedzi każdy kwadrat 1×1 (jeśli wymiary względnie pierwsze)?
- A co jak w kwadracie puścimy pod kątem innym niż 45° ?



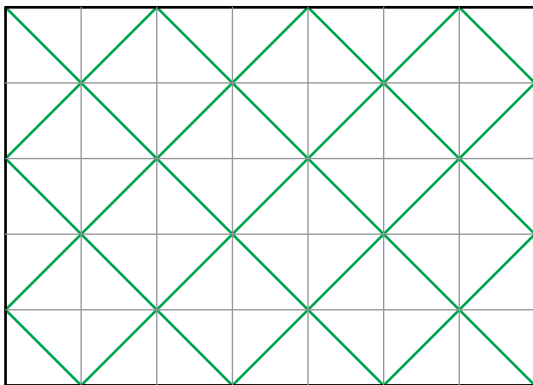
- Kiedy trafi w róg? W który? Czy może w ten sam?
- Ile będzie odbić? Jaka będzie długość trajektorii?
- Czy odwiedzi każdy kwadrat 1×1 (jeśli wymiary względnie pierwsze)?
- A co jak w kwadracie puścimy pod kątem innym niż 45° ?



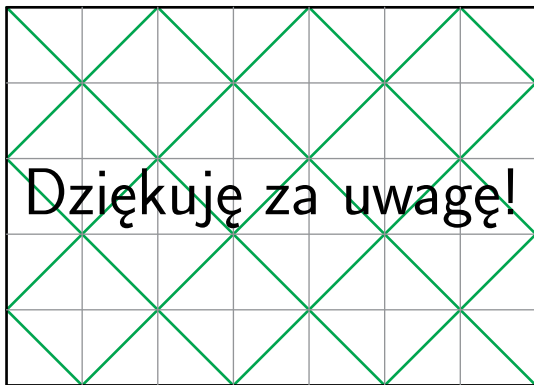
- Kiedy trafi w róg? W który? Czy może w ten sam?
- Ile będzie odbić? Jaka będzie długość trajektorii?
- Czy odwiedzi każdy kwadrat 1×1 (jeśli wymiary względnie pierwsze)?
- A co jak w kwadracie puścimy pod kątem innym niż 45° ?



- Kiedy trafi w róg? W który? Czy może w ten sam?
- Ile będzie odbić? Jaka będzie długość trajektorii?
- Czy odwiedzi każdy kwadrat 1×1 (jeśli wymiary względnie pierwsze)?
- A co jak w kwadracie puścimy pod kątem innym niż 45° ?



- Kiedy trafi w róg? W który? Czy może w ten sam?
- Ile będzie odbić? Jaka będzie długość trajektorii?
- Czy odwiedzi każdy kwadrat 1×1 (jeśli wymiary względnie pierwsze)?
- A co jak w kwadracie puścimy pod kątem innym niż 45° ?



- Kiedy trafi w róg? W który? Czy może w ten sam?
- Ile będzie odbić? Jaka będzie długość trajektorii?
- Czy odwiedzi każdy kwadrat 1×1 (jeśli wymiary względnie pierwsze)?
- A co jak w kwadracie puścimy pod kątem innym niż 45° ?